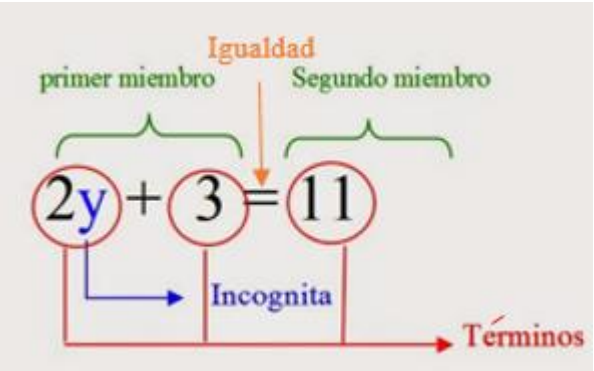
CÓMO DESPEJAR UNA VARIABLE EN UNA ECUACIÓN O FÓRMULA.

En muchas disciplinas como la Matemática, Física, Estructura, se tienen fórmulas en que se requiere despejar una variable para encontrar su valor.
Cuando hablamos sobre despejes de ecuaciones en matemáticas, no es más que un simple paso a seguir debido a que podemos enfrentarnos con diferentes tipos de operaciones (suma, resta, multiplicación, división, raíz y potencia) al tratar de hacer el despeje, no debemos olvidar que el elemento que vamos a despejar al otro lado de la igualdad automáticamente realizara la operación contraria a la que hacía desde su forma original. También debemos tener presente todos los conceptos y propiedades básicas para poder trabajar en la resolución de los mismos

Una ecuación es una igualdad que tiene uno o más números desconocidos llamados incógnitas. Es una proposición que indica que dos expresiones son iguales. Las dos expresiones que conforman una ecuación son llamadas miembros y deben estar separadas por un signo de igualdad (=)
Resolver una ecuación es encontrar el valor de la incógnita(o incógnitas) que hace verdadera la igualdad.

CONCEPTOS ELEMENTALES QUE DEBEMOS CONOCER



MIEMBRO: Es cada operación algebraica o aritmética planteada a cada lado de una igualdad. Se llama **PRIMER MIEMBRO** a la operación que está a la derecha de la igualdad y **SEGUNDO MIEMBRO** a la que está a su izquierda.
IGUALDAD: Es toda igualdad donde la operación o resultado del primer miembro debe ser igual a la operación o resultado del segundo miembro.
INCOGNITA, VARIABLE O INDETERMINADA:
Es el valor desconocido o que puede tener diferentes resultados. Generalmente se representan con letras o símbolos
Ejemplo:
X + 3 = 5 Esto indica que X tiene un valor definido X = 2 para que se cumpla la igualdad
A + C = B Esto Indica que A y C pueden tener infinitos valores para que dé igual B.

ECUACIONES DE PRIMER GRADO EN UNA VARIABLE

Una ecuación de primer grado o lineal en la variable *x* es una ecuación que puede escribirse en la forma: ax+b=0 donde a y b son constantes llamadas parámetros

que asumen un valor particular para cada problema. A continuación se presentan algunos ejemplos:

DESPEJE DE INCÓGNITA/S

Para despejar una incógnita o variable de la ecuación o fórmula se debe proceder de la siguiente manera:

Ejemplo: Sea la ecuación 3x+ 2 = 5x - 4

1- Se observa en que término está la incógnita que se va a despejar. En este ejemplo en particular despejaremos la variable x.

$$3x + 2 = 5x - 4$$

2- Se agrupan aquellos términos que contengan la misma incógnita hacia un mismo miembro y los que no hacia el otro miembro. Teniendo en cuenta que:
   - ✓ Si están sumando pasan restando o viceversa
   - ✓ Si están multiplicando pasan dividiendo o viceversa.
   - ✓ Si están elevados a una potencia de exponente n pasan como una raíz de índice n
   - ✓ Si están abarcados por una raíz de índice n pasan como potencia de exponente n

$$3x - 5x = 4 - 2$$

3- Se deben realizar las operaciones numéricas o algebraicas que reduzcan o simplifiquen la ecuación resultante.

$$-2x = 2$$

4- Ahora debo observar el coeficiente que acompaña a la variable x y darme cuenta de que manera la está afectando, es decir identificar la operación para poder despejarla luego. Vemos en el ejemplo que el coeficiente "-2", que es un número negativo, está multiplicando a la variable x, por lo tanto pasará al otro miembro dividiendo, pero manteniendo su signo como número negativo que es. A tener mucho cuidado!!

$$-2x = 2$$
$$x = \frac{2}{(-2)}$$
$$x = -1$$

5- Recuerde que el despeje puede ser tanto para la derecha o para la izquierda de la igualdad. Va a depender de qué lado me quede positiva la x .Recuerde que toda ecuación presenta sus peculiaridades.

$$-2x = 2$$

Se deberá tener presente algunas propiedades fundamentales para resolver ecuaciones que nos permiten "despejar" la variable correspondiente y que debemos tener en cuenta para su resolución:

- ✓ Si a ambos miembros de una ecuación se les suma (o resta) un mismo número, la ecuación no se altera.
- ✓ Si a ambos miembros de una ecuación en x se les suma (o resta) un mismo polinomio en x, la ecuación no se altera.
- ✓ Si a ambos miembros de una ecuación se multiplica (o divide) por un mismo número, la ecuación no se altera.

Tomaremos otro ejemplo:

$$2x+2\left(\frac{x}{3}+5\right)=18$$

1- Se separan términos y se efectúan las operaciones indicadas, teniendo en cuenta la jerarquía, en lo que a orden de ejecución se refiere. En este caso en particular aplicamos la propiedad distributiva, para luego agrupar los términos en cada miembro.

$$2x+2\left(\frac{x}{3}+5\right)=18$$

$$2x+\frac{2}{3}x+10=18$$

2- Se efectúan las sumas indicadas en ambos miembros

$$\left(2x+\frac{2}{3}x\right)=18-10$$

$$\frac{8}{3}x=8$$

3- Se despeja la incógnita obteniéndose la solución de la ecuación.

$$x=\cancel{8}:\frac{\cancel{8}}{3}$$ simplificamos en la división

x=3

Es conveniente comprobar si la solución hallada es correcta. Para ello reemplazamos el valor de x en la ecuación planteada y efectuamos las operaciones indicadas.

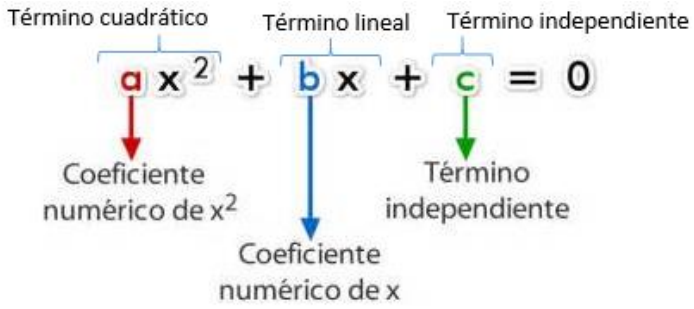
$$2x+2\left(\frac{x}{3}+5\right)=18$$

$$2.3+2\left(\frac{3}{3}+5\right)=18$$

18=18

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO EN UNA VARIABLE

Una ecuación de segundo grado o cuadrática es una igualdad en donde la indeterminada o variable es de grado dos ya que la mayor potencia a la cual está elevada la variable es dos.



La expresión general es: $ax^2 + bx + c = 0$ Donde a, b y c son los coeficientes de la ecuación de segundo grado y la única exigencia es que a $\neq$ 0 pues en caso contrario la ecuación deja de ser de grado dos.

Los valores de *x* que verifican la igualdad se obtienen resolviendo: $x_{1-2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

La solución de esta ecuación dará distintos tipos de números, los cuales dependerán del valor de $b^2 - 4ac$ llamado discriminante.

- ✓ Si $b^2 - 4ac$ >0 la solución o raíces son números reales y distintos.
- ✓ Si $b^2 - 4ac$ =0 la solución o raíces son números reales coincidentes.(Solución única)
- ✓ Si $b^2 - 4ac$ <0 la solución o raíces son números complejos conjugados.

Para toda ecuación la raíz obtenida debe satisfacer la igualdad; por ello se aconseja reemplazarla en la ecuación y verificar dicha igualdad.

Las raíces de esta ecuación de segundo grado serán de gran utilidad cuando hagamos la descomposición factorial de un polinomio de segundo grado.

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO INCOMPLETAS

Para que $ax^2 + bx + c = 0$ sea una ecuación de segundo grado, debe ser a $\neq$ 0, pero puede faltar el término lineal, o el término independiente. Esto da lugar a ecuaciones incompletas de fácil solución.

- ✓ Si b=0 se tiene $ax^2 + 0x + c = 0 \rightarrow ax^2 + c = 0$

Ejemplo: $2x^2-3=0$

$$x^2 = \frac{3}{2}$$

Soluciones: $x_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}$ y $x_2 = -\sqrt{\frac{3}{2}}$

- ✓ Si c=0 se tiene : $ax^2 + bx + 0 = 0 \rightarrow ax^2 + bx = 0$

$$2x^2 + 6x = 0$$

Saco factor común 2x y busco los números que me anulan la ecuación.

$$2x(x+3) = 0$$

Como tengo un producto, estos valeres serán los valores que hagan cero cada término de dicho producto.
Un valor será 0 porque: Si x=0→ $2.0(0+3) = 0$
Otro valor será el que obtendré al despejar x de la (x+3)=0 $\rightarrow x = -3$

$$2.(-3).(-3+3) = 0 \rightarrow 2.0(0) = 0$$

Soluciones: $x_1 = 0 \quad y \quad x_2 = -3$

- ✓ Si b=0 y c=0 , se tiene : $ax^2 + bx + 0 = 0 \rightarrow ax^2 = 0$

Ejemplo:

$$6x^2=0$$

$$x^2 = \frac{0}{6}$$

$$x = \sqrt{\frac{0}{6}}$$

$$x = 0$$

Actividad 1

Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado.

1. (5x-3).2 = x-3
2. 2x- $\frac{1}{5}$x = x- $\frac{3}{10}$
3. 2.(x+1)-(x+2).3=0
4. 5x = $\frac{7}{2}$x+15
5. $\frac{x+2}{4} = \frac{3x-4}{2}$

La solución a esta actividad se encuentra al final del tema.

Actividad 2

1. Encuentre las raíces o valores que verifican las siguientes ecuaciones.

a) $-x^2 - x = 5 - \frac{x+1}{2}$

b) $x^2-8x+10 = 0$

c) $x^2+2x-3=0$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones y verifíquelas.

a. $9 \cdot (x + 5) = 45$

$x = 0$

b. $-60 + 4 = 7 \cdot (a - 4)$

$a = -4$

c. $(2b - 3) \cdot 4 = 12$

$b = 3$

d. $(15c + 10) : 5 = 8$

$c = 2$

e. $(12x - 20) : 4 = -2x$

$x = 1$

f. $2 \cdot (y + 5) = 8 + 3 \cdot (y - 5)$

$y = 17$

g. $4 \cdot (x - 5) + 16 = 16 + 5 \cdot (x - 2)$

$x = -10$

h. $7z + 4 \cdot (2z - 3) = (60z + 24) : (-2)$

$z = 0$

i. $-4 + 4 \cdot (8 - 3x) = -2 \cdot (2 + 3x) + 8$

$x = 4$

j. $7d - 4 \cdot (2d - 2) + 7 = -2 \cdot (3d - 3) + 6 \cdot 4$

$d = 3$

3. Ahora trabajemos con fracciones:

$$\frac{6}{5} \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9}\right) - \frac{2}{3}} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{15}\right)^2 =$$

$\frac{29}{25}$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{9} + \frac{5}{27}} + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - \left(\frac{2}{9} + 2\right) : \frac{10}{3} =$$

$\frac{16}{9}$

$$\sqrt{\left(\frac{16}{3} + \frac{6}{5}\right) : \frac{6}{5}} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{8}\right) + \frac{35}{3} : 14 =$$

$\frac{82}{27}$

$$\left(\frac{28}{15} - \frac{14}{9} : \frac{35}{27}\right)^2 + \sqrt[3]{\frac{25}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{9}} - \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{2}} =$$

$\frac{23}{18}$